Tentamen Calculus I, 4 februari 2009, 9:00–12:00.

*Schrijf op elk in te leveren blad je naam, en op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Alle (negen) opgaven tellen even zwaar. Het gebruik van boek(en), aantekeningen of een grafische rekenmachine is bij dit tentamen niet toegestaan.*

(1) Laat zien, dat er voor elk geheel getal $n \geq 1$ getallen $a_n, b_n$ bestaan zodat de $n$-de afgeleide van $e^x \sin x$ gelijk is aan $a_n e^x \sin x + b_n e^x \cos x$.

(2) Bepaal de absolute waarde van $(1+i)^{10} + (\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i)^{30}$.

(3) Bewijs met behulp van de $\epsilon$-$\delta$ definitie van 'limiet', dat $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2+1}{3x-1} = 1$.

(4) Bepaal $\displaystyle\lim_{x\to 0} \tan(x) \cdot \ln(x)$.

(5) Bepaal de afgeleide van $\displaystyle f(x) = \int_2^{e^x} \frac{(\ln t)^2}{t^3}\, dt$.

(6) Vind *alle* (locale) maxima en minima van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeven door $\displaystyle f(x) = \frac{x^3+10}{x^2+2}$.

(7) Bepaal een primitieve van $\tan^3 x$.

(8) Bereken $\displaystyle\int_{5\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{10}{2x^2-7x+3}\, dx$.

(9) Bepaal een oplossing $y(x)$ van $y' = -y + 2e^{-x}$ die voldoet aan $y(0) = 2$.